

昭和薬科大学

入学試験 B 方式【数学】

東進ハイスクール 山之内聖拓

大問 3 題 / 70 分

「各分野や単元の代表的な問題の認識と理解」

第 1 問 小問 6 題 (マークシート)

数学 I IIAB の全分野からバランスよく出題。

基本知識を運用可能レベルまで引き上げられているかが問われる。

第 2 問 設問 3 題 (マークシート)

数学 II 「微積分」、数学 B 「ベクトル」からの出題が目立つ。

知識や計算力に加えて、設問の状況を正しく読み取れるかが問われる。

第 3 問 設問 3 題 (答え+導き方)

数学 II 「微積分」、数学 B 「数列」からの出題が目立つ。

知識、計算力を前提としたうえで、設問の誘導、問題文の意味・意図を正しく理解できるか、

さらに答案を簡潔明瞭にまとめることができるかが問われる。

問題 1 【Check Point】

(※問題文は一部編集しています。)

2021 年度 問題 1 (2) n 進法

$131023_{(4)} - 22403_{(5)}$ の値を 6 進法で表わせ。

n 進法で $abcde_{(n)}$ と表わされる数を 10 進法に直すには？

10 進法で $abcde$ と表わされる数を n 進法に直すには？

2020 年度 問題 1 (1) 剰余の問題

2019^{2019} を 20 で割った余りを求めよ。

$a \equiv b \pmod{p}$ のとき $a^n \equiv b^n \pmod{p}$

2019 年度 問題 1 (2) 絶対値の積分

$f(t) = \int_0^1 |x^2 - tx| dx$ ($0 \leq t \leq 1$) の最小値を求めよ。

被積分関数のグラフを描き、積分区間を分ける。

① $y = |x^2 - tx|$ のグラフは？ ② t の値により、積分区間 $0 \sim 1$ がどうなるか確認する。

2018 年度 問題 1 (2) 二項定理・多項定理

$(x+2y)^7$ の x^5y^2 の係数と、 $(x+2y+\frac{z}{2})^{10}$ の $x^5y^2z^3$ の係数を求めよ。

$$(x+y)^n \rightarrow {}_n C_p x^p y^{n-p} \rightarrow \frac{n!}{p! q!} x^p y^q \quad (p+q=n)$$

$$(x+y+z)^n \rightarrow {}_n C_p x^p \cdot {}_{n-p} C_q y^q \cdot z^{n-p-q} \rightarrow \frac{n!}{p! q! r!} x^p y^q z^r \quad (p+q+r=n)$$

2017 年度 問題 1 (5) 相加平均と相乗平均

$x > 0, y > 0$ とするとき、 $(x+4y)(\frac{9}{x} + \frac{1}{y})$ の最小値を求めよ。

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき、} \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \text{ (ただし、等号成立は } a=b \text{)}$$

2016年度 問題1 (5) 【常用対数の利用】

$\left(\frac{1}{45}\right)^{100}$ を小数で表わしたときはじめて0でない数が現れるのは第何位か答えよ。

実数 N が小数点以下第 n 位で初めて0でない数が現れるとき

第1位 $0.1 \leq N < 1$

第2位 $0.01 \leq N < 0.1$

第3位 $0.001 \leq N < 0.01$

⋮ ⋮

第 n 位 $10^{-n} \leq N < 10^{-n+1}$

2015年度 問題1 (6) Σ 計算

$\sum_{k=1}^n k \cdot 3^k$ を計算せよ。

$S = \sum_{k=1}^n k \cdot 3^k$ とおき、 $3S$ との差をとると…

$$S = 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + (n-1) \cdot 3^{n-1} + n \cdot 3^n \quad (\text{差をとる})$$

$$3S = \quad 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 3 \cdot 3^4 + \cdots + (n-1) \cdot 3^n + n \cdot 3^{n+1}$$

$$-2S = 1 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^3 + 1 \cdot 3^4 + \cdots + 1 \cdot 3^n - n \cdot 3^{n+1}$$

$$= \frac{3(3^n - 1)}{3 - 1} - n \cdot 3^{n+1}$$

解答

2021年度 1120

2020年度 19

2019年度 $\frac{1}{3} - \frac{\sqrt{2}}{6}$

2018年度 42,350

2017年度 25

2016年度 166

2015年度 $\frac{3}{4} \{ (2n-1) \cdot 3^n + 1 \}$

問題 2 【Check Point】

空間ベクトル「共面条件」

問題文中の表現例

- ① 点 P は三角形 ABC 上にある
- ② 3 点 A,B,C と同一平面上に点 P をとる
- ③ 4 点 A,B,C,P が同一平面上にある
- ④ 点 O から平面 ABC におろした垂線の足を P とする

数学的操作

$$(1) \overrightarrow{AP} = s\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC} \quad \text{または} \quad \overrightarrow{OP} = \alpha\overrightarrow{OA} + \beta\overrightarrow{OB} + \gamma\overrightarrow{OC} \quad (\alpha + \beta + \gamma = 1)$$

$$(2) \overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = 0, \overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = 0 \text{ となる } \vec{n} \text{ (ただし } \vec{n} \neq \vec{0} \text{)} \text{ に対し、} \overrightarrow{AP} \cdot \vec{n} = 0$$

2019 年度 問題 2 (3)

点 C から平面 OAP に垂線を下ろす。この垂線と xy 平面との交点は (, ,) である。

2018 年度 問題 1 (4)

4 点 A(2, -3, 1), B(-1, 3, 1), C(3, -11, -1), D(5, 3 - t, t) が同一平面上にあるとき t = () である。

2017 年度 問題 2 (2)

空間内に 3 点 A(2, 0, 0), B(0, 4, 0), C(0, 0, 1) を…中略…

$\overrightarrow{AQ} = ()\overrightarrow{AB} + ()\overrightarrow{AC}$ と表わせる。したがって、点 Q は平面 ABC 上にあることがわかる。

2016 年度 問題 2 (2)

3 点 A(6, 0, 0), B(2, 1, 1), C(0, 4, -1) を通る平面 α に対して…中略…

原点 O から平面 α におろした垂線の足を H とするとき、H の座標は()である。

2015 年度 問題 3 (2)

一辺の長さが 6 の立方体 ABCD-EFGH を考える。…中略…

(1) $\overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AJ}$ を $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ を用いて表わせ。

(2) 3 点 A, I, J を通る平面と垂直なベクトル \vec{n} が $\vec{n} = -3\vec{i} + a\vec{j} + b\vec{k}$ と表わされるとき、a, b を求めよ。

問題 3 【Check Point】

2021 年度 問題 3 確率漸化式

中が見えない箱の中に 1 から 9 までの数字が書かれたボールがそれぞれ 1 個ずつ入っている。この中から 1 個のボールを取り出して、数字を記録して箱に戻すという操作を繰り返す。最初から n 回目までの数字の和が奇数になる確率を p_n とするとき、以下の問いに答えよ。

- (1) p_1 および p_2 を求めよ。
- (2) p_{n+1} を p_n で表わせ。
- (3) p_n を求めよ。

2020 年度 問題 3 群数列

図のように正の整数を順に並べる。

	1
(1) n 行目の左端の数を n で表わせ。	2 3
(2) 31 行目の整数の総和を求めよ。	4 5 6
(3) 2020 は何行目の左端から何番目にあるか。	7 8 9 10
	11 . . .

2019 年度 問題 3 三角関数の値と方程式の解

$\sin \frac{11\pi}{10} = t$ とおく。

- (1) $\cos \frac{\pi}{10}$ を t で表わせ。
- (2) 任意の実数 θ に対して、 $\cos \theta = x$ とおくととき、 $\cos 5\theta$ を x の 5 次多項式で表わせ。
- (3) t の値を求めよ。

2018 年度 問題 3 隣接三項間漸化式

漸化式 $a_{n+2} - 7a_{n+1} + 10a_n = 4 \cdot 3^n$ を考える。

- (1) $a_n = c \cdot 3^n$ とおくととき、漸化式を満たす c を求めよ。
- (2) (1) の c を用いて、 $b_n = a_n - c \cdot 3^n$ とおくととき、 b_n の漸化式を求めよ。
- (3) a_n の漸化式と $a_1 = 2, a_2 = 13$ を満たす数列の一般項 a_n を求めよ。

2017 年度 問題 3 三次関数の接線の本数

点 $A(2, a)$ から曲線 $C: y = x^3 - 4x$ に接線を引く。

- (1) 曲線 C 上の点 $T(t, t^3 - 4t)$ における接線の方程式を求めよ。
- (2) 点 A から曲線 C に引いた接線の接点が T のとき、 a を t で表わせ。
- (3) 点 A から 3 本の接線が引けるときの a の値の範囲を求めよ。

2016 年度 問題 3 三次方程式の解

3 次方程式 $x^3 + (1 - 2a)x^2 + (b - 2a)x + b = 0 \cdots \textcircled{1}$ を考える。ただし、 a, b は実数とする。

- (1) すべての実数 a, b について、 $\textcircled{1}$ は a, b によらない実数解をもつ。その解を求めよ。
- (2) $\textcircled{1}$ が実数の 3 重解を持つとき、 a, b の値を求めよ。
- (3) $\textcircled{1}$ が 2 つの相異なる実数解を持つとき、 a, b が取りうる値を図示せよ。

解答

2021 年度 $p_1 = \frac{5}{9}, p_2 = \frac{40}{81}, p_{n+1} = -\frac{1}{9}p_n + \frac{5}{9}, p_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{9}\right)^n$

2020 年度 $\frac{n^2 - n + 2}{2}, 14911, 64$ 行目左から 4 番目

2019 年度 $\sqrt{1 - t^2}, 16x^5 - 20x^3 + 5x, t = \frac{1 - \sqrt{5}}{4}$

2018 年度 $c = -2, b_{n+2} - 7b_{n+1} + 10b_n = 0, a_n = 5^n + 3 \cdot 2^{n-1} - 2 \cdot 3^n$

2017 年度 $y = (3t^2 - 4)x - 2t^3, a = -2t^3 + 6t^2 - 8, -8 < a < 0$

2016 年度 $x = -1, a = -1, b = 1, \text{ 図略}$